

ATELIERS DE RESOLUTION DE PROBLEMES AVEC MATERIEL

FR. JAQUET

JAQUET, Fr. [2007]. *Ateliers de résolution de problèmes avec matériel*. ARMT.

I. INTRODUCTION

Cette brochure propose vingt problèmes que les élèves peuvent affronter en s'aidant de matériel conçu pour faciliter leur tâche de résolution.

Ces problèmes ont été choisis parmi ceux du Rallye mathématique transalpin (RMT), ce qui signifie que leur élaboration est le fruit d'une large collaboration entre maîtres, formateurs et chercheurs, qu'ils ont été proposés à des centaines de classes, que les réponses et procédures des groupes d'élèves les ayant résolu ont fait l'objet de nombreuses analyses.

Le choix s'est fait aussi sur l'intérêt de disposer de matériel comme aide à la résolution. En fait, bien souvent, la possibilité de manipuler des objets modifie le rapport de l'élève au problème, rend la recherche de la solution plus plaisante et plus rapide, fait passer les tâches de notation dans un second temps, facilite les essais et libère l'esprit de l'erreur à éviter à tout prix.

Finalement, le choix repose aussi sur les savoirs mathématiques mobilisés ou en construction lors de la résolution.

Lorsqu'on évoque des « ateliers » de mathématique, on imagine dans un premier temps des manipulations de matériel, des activités où l'on met la main à la pâte, où les mathématiques « entrent » par le geste. Certains pourraient alors penser à une conception « spontanéiste » de la construction des connaissances, selon laquelle les activités proposées aux élèves portent en elles la garantie qu'ils « feront des mathématiques » en manipulant les objets mis à leur disposition. Les lignes qui suivent montreront que ces ateliers peuvent se développer largement au-delà de la simple manipulation.

II. CONSIDERATIONS SUR L'EXPLOITATION EN CLASSE DES ATELIERS

Les ateliers ont été présentés à de très nombreuses reprises lors d'expositions où les visiteurs, enfants ou adultes, pouvaient librement lire les énoncés et tenter de répondre à l'aide du matériel à disposition.

Les observateurs ont constaté plusieurs attitudes ou comportements des visiteurs qui s'y intéressaient.

- Il y a tout d'abord ceux qui se contentent de quelques essais et passent à un autre poste de travail.
- Il y a ensuite ceux qui vont jusqu'à trouver une première solution ou qui demandent la collaboration d'une autre personne en cas d'obstacle ou d'incompréhension.
- Il y a enfin ceux qui s'engagent à fond dans le problème, en recherchant toutes les solutions en validant leurs réponses, en en discutant avec d'autres personnes ...

Il y a certes des catégories intermédiaires d'attitudes face à ces ateliers et, au sein de celles qui sont décrites ci-dessus, de nombreuses variantes, ce qui rendrait un classement ou inventaire exhaustif irréaliste. Il est cependant important de retenir de ces observations la diversité des modes d'approche et des investissements de celui qui se trouve devant l'un de ces ateliers.

Cette diversité se retrouve dans les modalités de gestion de ces activités lorsqu'elles sont proposées à des élèves en classe : les modalités de gestion sont multiples. Elles dépendent du temps à disposition, de l'autonomie des élèves, des objectifs que le maître souhaite poursuivre au travers de ces ateliers, du moment choisi et de tous les paramètres sociaux et affectifs de la classe et des élèves.

Pour chacun de ces vingt ateliers, une rubrique « Indications didactiques » tente d'apporter quelques éclairages sur les modalités de leur gestion en classe en fonction des objectifs d'apprentissage que l'enseignant leur assigne. On y trouvera quelques catégories de variantes dont quelques-unes sont décrites ici :

- A. Dans une variante **sans intervention de l'enseignant**, le matériel est libre d'accès, à destination des élèves qui ont terminé le travail ordinaire de la classe et qui ont un moment à occuper. Ceux-ci s'engagent dans la recherche de la solution ou abandonnent en cas d'obstacle trop important, puis remettent le matériel dans sa boîte et passent à une autre occupation.

Dans cette modalité, l'enseignant ne tire aucune information de ce que ses élèves ont fait au niveau mathématique : les connaissances mobilisées, les stratégies adoptées, le type de validation des solutions, le plaisir ou l'ennui éprouvé, le rapport affectif avec la discipline.

Selon une conception « spontanéiste » ou « naturaliste » de l'apprentissage, on considère que l'activité contient en soi une valeur didactique ou, en d'autres termes, vu qu'elle se situe dans un cadre mathématique (numérique, géométrique, logique ...) l'élève y rencontrera obligatoirement des savoirs de la discipline qu'il confrontera à ses connaissances antérieures pour les renforcer ou les faire évoluer.

En une quinzaine d'années d'expérience et au travers de l'examen de milliers de copies, les animateurs du RMT ont pu constater que les élèves ne mobilisent pas toujours les connaissances attendues par les auteurs des problèmes. Ils sont capables de trouver les solutions par des voies détournées qui n'ont parfois rien à voir avec les mathématiques, où le hasard et les essais non organisés se substituent aux raisonnements plus rigoureux. C'est sur la base de ce constat que le RMT accorde de plus en plus d'importance à l'exploitation de ses problèmes en classe et à leur insertion dans des parcours didactiques. C'est aussi la raison pour laquelle les « indications didactiques » décrivent d'autres variantes de gestion de ces ateliers que la simple recherche de solution suivie d'une correction.

- B Les termes « atelier », « matériel », « manipulation » laissent penser à une résolution sans papier ni crayon. Effectivement tous les problèmes proposés ici peuvent se résoudre à l'aide du matériel seulement, comme l'a montré leur large pratique lors d'expositions. Ils peuvent aussi l'être en classe dans la variante précédente. Il faut cependant rappeler que si les manipulations de matériel permettent de gagner du temps et facilitent les phases initiales des recherches, elles ne permettent pas garder en mémoire les essais et leur organisation, une fois que le matériel a été rangé.

Une deuxième variante consiste donc à demander à l'élève de conserver une **trace écrite** de sa démarche et de ses résultats. Il pourra ainsi revenir sur son activité pour des validations, pour d'éventuels approfondissements ou développements. Le maître pourra aussi tirer des traces écrites les informations indispensables à l'évaluation du travail, des connaissances et des représentations de ses élèves.

Les énoncés des problèmes du RMT à l'origine de ces ateliers demandent toujours, en plus des réponses, les détails des calculs et une description de la procédure de résolution, du genre. « Indiquez comment vous avez trouvé vos solutions » ou « Justifiez vos solutions », car la réponse seule, même juste, ne permet pas de connaître les stratégies de résolution ni d'évaluer le niveau des connaissances mises en jeu pour y parvenir.

Ces demandes d'explication n'ont pas été reproduites sur les fiches à la suite des énoncés. Dans cette seconde variante de gestion, elles sont à la charge de l'enseignant qui doit les exiger dans le contrat établi avec l'élève à propos de ces ateliers. Ce dernier doit être conscient que la solution trouvée avec le matériel n'est pas suffisante, qu'elle doit être confirmée par une trace écrite et justifiée par un compte-rendu détaillé de sa démarche.

Cette rédaction de la solution constitue souvent un nouveau problème complémentaire du problème d'origine : il faut trouver une notation claire, écrire les opérations arithmétiques de manière rigoureuse, passer des objets matériels aux figures géométriques qui les représentent, etc.

- C Une troisième variante de gestion de ces ateliers consiste à les organiser en vue d'une **mise en commun** des résultats et des démarches, en vue de validations ou d'institutionnalisations de connaissances.

La gestion de la classe est plus complexe dans ce cas. Elle exige que plusieurs élèves ou groupes d'élèves se soient engagés dans l'atelier et en aient conservé une mémoire précise. Elle impose des contraintes de temps et de matériel si l'on veut que plusieurs groupes travaillent simultanément. Elle demande finalement une présence active de l'enseignant dans la mise en commun et une profonde analyse a priori du problème. L'enseignant doit en effet mettre en valeur, dans la première partie de la validation, les arguments des élèves susceptibles d'orienter les débats vers les connaissances essentielles attendues de la situation, puis les valoriser ou les institutionnaliser dans la deuxième partie de la mise en commun.

- D Une quatrième variante d'utilisation d'un atelier est son **insertion dans le parcours didactique** choisi pour la classe. L'activité constitue alors une des étapes de la construction d'un concept ou d'une connaissance mathématique particulière, que ce soit en phase d'approche, d'élaboration, de consolidation ou d'approfondissement.

Les modalités de gestion, comme celle de n'importe quelle autre activité au programme de la classe, dépendent des objectifs poursuivis, du moment choisi dans la construction, des activités préalables et suivantes, des habitudes de travail de la classe. Il n'est pas possible d'entrer dans leur description détaillée car elles sont du ressort de l'enseignant en fonction de ses conceptions et des besoins de sa classe.

Les quatre catégories esquissées ci-dessus ne sont que quelques exemples d'une vaste gamme de modalités d'utilisation et de gestion des ateliers proposés dans cette brochure. Elles sont classées selon le profit qu'on peut tirer de manipulations au service de la résolution de problèmes, en vue de la construction de savoirs mathématiques. Dans la première, il n'y a pas de visée didactique ; dans les suivantes, les objectifs d'apprentissage sont plus évidents ; dans la dernière il y a une « intention d'enseigner » évidente avec un projet de placer l'élève en situation d'apprentissage.

Il ne faudrait pas voir dans cette classification un jugement de valeur et penser que la première modalité décrite est à rejeter, ni que la dernière est la « bonne ». Lors du choix des ateliers, il y a d'autres critères à envisager que ceux qui concernent leurs potentialités didactiques. Il y a en particulier des considérations sur la différenciation, l'autonomie de l'élève, les rapports affectifs avec la discipline à prendre en compte. Par exemple, on peut espérer qu'un élève aura du plaisir à travailler sur l'un de ces ateliers, à organiser sa recherche de manière indépendante, à utiliser le matériel s'il en ressent le besoin et qu'il développera d'autres facultés que celles qui sont liées à ses apprentissages mathématiques. Si les commentaires de cette brochure se concentrent surtout sur les savoirs mathématiques, c'est parce que la longue pratique du RMT permet de les décrire plus précisément que les aspects métacognitifs.

III. PRESENTATION DES ATELIERS

Sous le titre « Ateliers de résolution de problème », sont réunies 20 propositions d'activité consistant à résoudre un problème avec un matériel à disposition, permettant d'arriver à la solution sans passer obligatoirement par une forme écrite.

Les choix des nombres, des grandeurs physiques, de la complexité des raisonnements déductifs ont été faits pour que les opérations logiques ou numériques s'effectuent mentalement, et les constructions géométriques se réalisent dans l'espace physique par des manipulations d'objets.

Le matériel est regroupé dans une valise avec des « fiches » plastifiées sur lesquelles figure l'énoncé. Ces fiches sont parfois accompagnées d'un support de travail sur lequel l'élève peut poser ou déplacer le matériel.

Chacun des vingt ateliers est présenté, dans cette brochure d'accompagnement selon les rubriques suivantes :

Énoncé du problème

L'énoncé du problème et les schémas ou figures correspondants sont reproduits sur chacune des fiches.

Matériel

Pour chaque atelier, le matériel de la valise est prévu pour un élève ou un groupe d'élèves, en un seul exemplaire.

Il a été réalisé en bois de manière artisanale, en tenant compte de différents critères : esthétique, soin dans la confection des objets, résistance, praticabilité de la gestion et des rangements (une boîte par atelier), taille (suffisante pour les manipulations par de jeunes enfants, mais limitées pour le rangement dans une seule valise de petites dimensions).

Le matériel est décrit dans cette brochure pour permettre un contrôle rapide lors de la préparation ou lors du rangement de l'atelier.

Cette description et les figures accompagnant les énoncés donnent des indications suffisantes aux enseignants qui désireraient reproduire une partie de ce matériel. Cette reproduction peut se faire en un ou plusieurs exemplaires, pour les ateliers qui seraient proposés à plusieurs groupes travaillant simultanément ou à la classe entière, selon certaines des modalités de gestion décrites précédemment.

Solutions

Les solutions du problème, sans aucun approfondissement ni justifications, sont destinées à un contrôle rapide.

Pour en savoir plus sur leur origine, sur les raisonnements qui y conduisent et sur leurs liens avec les savoirs mobilisés, il faut se référer aux contenus mathématiques, à leurs développements, à la tâche de l'élève et aux indications didactiques qui font l'objet des rubriques suivantes.

Degrés

Les degrés mentionnés ne le sont qu'à titre indicatif. Ils correspondent en général aux catégories du RMT auxquelles étaient destinés les problèmes dans leur version d'origine.

On peut en général exploiter tous les ateliers avec des élèves de degrés supérieurs à ceux qui sont mentionnés, parfois en modifiant les valeurs des variables didactiques, parfois en choisissant des développements de l'activité, selon les propositions des indications didactiques.

Les catégories 3, 4, 5 ... du RMT correspondent aux degrés de la scolarité obligatoire dès 8 ans, dont les appellations varient d'un pays à l'autre. Voici leur correspondance avec les âges des élèves

catégories ou degrés :	âge :
3	8 à 9 ans
4	9 à 10 ans
5	10 à 11 ans
6	11 à 12 ans
7	12 à 13 ans
8	13 à 14 ans

Contenus mathématiques

Sous cette rubrique, on trouve une description extrêmement succincte des notions mathématiques en jeu dans l'atelier et des thèmes généraux dans lesquels il peut s'insérer.

Ils ne servent qu'à une classification élémentaire des ateliers parmi quelques grands thèmes comme l'arithmétique, la géométrie, l'algèbre, la logique.

Pour une analyse plus approfondie des savoirs mathématiques nécessaires à la résolution d'un problème, on se référera à la rubrique « Tâche de l'élève ». Cependant, ce n'est en général que lors des analyses a posteriori, en examinant les protocoles de résolution rédigés par les élèves ou lors de mises en commun qu'apparaissent les savoirs effectivement mobilisés.

Tâche de l'élève

Si un atelier est proposé avec une intention didactique, l'analyse a priori du problème est indispensable, et, en particulier, une réflexion approfondie sur la manière dont l'élève peut résoudre le problème.

La rubrique « Tâche de l'élève » présente pour chaque atelier les passages-clés de la résolution, du point de vue de celui qui résout le problème pour la première fois et les procédures les plus probables pour arriver à la solution. L'inventaire n'est évidemment pas exhaustif, il offre cependant certaines garanties de validité. Il s'appuie en effet sur la longue expérience de rédaction des analyses a priori du RMT, sur l'examen de centaines de copies d'élèves qui expliquent comment ils sont arrivés à la solution, sur les nombreuses observations relevées lors des pratiques antérieures de ces ateliers.

Parmi les procédures adoptées par les élèves, celle des tâtonnements, conduit souvent à la solution. À ce propos, il faut relever que la présence du matériel renforce le recours aux essais non organisés, car les manipulations permettent de les multiplier tout en gagnant un temps précieux par rapport aux méthodes écrites. C'est pour cette raison que les indications didactiques recommandent des modalités de gestion avec un contrat explicite demandant une justification des réponses et une description des raisonnements qui y ont conduit.

Une autre stratégie mentionnée pour la plupart des ateliers est la procédure « experte ». C'est souvent la plus efficace, la plus courte, la plus rigoureuse ou la plus élégante du point de vue de l'adulte qui connaît la solution et qui tient à « montrer » ou « démontrer » en faisant appel aux savoirs mathématiques lui paraissant les mieux adaptés à la situation. Mais cette procédure « experte » ne peut être adoptée par les élèves que lorsque les connaissances en jeu leur seront devenues très familières.

Au cours de leur résolution, les élèves cherchent plutôt à se débrouiller avec des anciennes connaissances ou en références à des expériences personnelles. Par des cheminements parfois longs et sinueux, il est aussi souvent possible d'arriver à la réponse et être convaincu de sa validité.

C'est lors des phases de discussion ou d'échanges, selon l'un ou l'autre mode de gestion avec intentions didactiques, qu'on peut exploiter la diversité des procédures : celles qui sont signalées sous cette rubrique et toutes les autres qui ne manqueront pas d'apparaître.

Il faut relever encore, en conclusion de cette rubrique, que si la lecture de la « Tâche de l'élève » peut aider à cerner les savoirs mathématiques, les représentations et les obstacles, elle ne dispense pas l'enseignant de résoudre le problème soi-même, en essayant de se mettre « dans la tête de l'élève ».

Développements mathématiques

Pour certains ateliers, les notions ou connaissances en jeu méritent des considérations complémentaires allant au-delà de la simple désignation des thèmes généraux de la rubrique « Contenus mathématiques ».

Il peut arriver que les problèmes proposés dans les ateliers ne soient que des cas particuliers de problèmes plus complexes et qu'ils autorisent alors des variantes, des développements ou des extensions intéressants pour certains élèves.

Certains savoirs mathématiques rencontrés dans les ateliers revêtent une importance particulière pour la suite des études, dans les degrés de la scolarité. Quelques informations spécifiques de la discipline peuvent être utiles pour mieux comprendre les enjeux de l'activité du point de vue mathématique. C'est ce genre de considérations qui font l'objet de la rubrique « Développements mathématiques ».

Indications didactiques

On trouve dans cette dernière rubrique les différents modes de gestion décrits dans le chapitre « Considérations sur l'exploitation en classe des ateliers » de l'introduction, appliqués à la situation spécifique de l'atelier envisagé.

On y trouve aussi des suggestions de prolongements ou de développements, dans une optique de différenciation, d'évaluation ... ou en vue de l'insertion de l'atelier dans un parcours didactique.